

عبارت جبری

از کنار هم قرار گرفتن دو یا چند جمله ی جبری، یک عبارت جبری ایجاد می شود.

$$4xy - 7ab - 16xyz$$

جمع و تفریق عبارت های جبری

اگر دو جمله متشابه باشند، می توانیم آن ها را با هم جمع و تفریق کنیم و برای این کار کافی است، قسمت های عددی آن ها را با هم جمع کنیم.

$$۱) 3a + 6a =$$

$$۲) -7a + 3a =$$

مثال ۱: حاصل عبارت های زیر را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید.

$$۱) 6xy + x - 5xy + 7x =$$

$$۲) -2ab + 3a + 4a + 2ba - a + 2 =$$

ضرب یک عدد در یک جمله ی جبری

عدد در قسمت عددی جمله ی جبری ضرب می شود و حروف تغییر نمی کند.

$$۱) 4 \times 2xy = 8xy$$

$$۲) \frac{1}{2} \times (6x) = 3x$$

مثال ۲: حاصل ضرب های زیر را به دست آورید.

$$۱) -\frac{1}{3}(6xy) =$$

$$۲) 18 \times \left(-\frac{1}{9}x\right) =$$

$$۳) 12(-2ab) =$$

ضرب عدد در یک پرانتز

عدد در همه ی جمله های داخل پرانتز ضرب می شود.

$$۱) ۳(۲ab - ۲a + ۳b) =$$

$$۲) -\frac{۲}{۳}(۹a - ۶ab + ۴) =$$

مثال ۳: حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$۱) ۶(۳xy - y + ۴) - ۳(۳y - ۱۰xy) =$$

$$۲) ۵(۱۶x - ۱۰) =$$

$$۳) ۱۲(xy - ۱۲) =$$

$$۴) ۱۵\left(x - \frac{۱}{۵}ab\right) - \frac{۳}{۲}(۴x + ۱۸ab) =$$

$$۵) ۱۲\left(\frac{x}{۳} + \frac{y}{۴}\right) - \frac{۱}{۵}(-۵x + ۲۰y) =$$

مقدار عددی یک عبارت جبری

در یک جمله ی جبری اگر به جای متغیرهای آن، عدد یا عددهای معینی قرار دهیم، مقدار عددی آن عبارت به دست می آید.
به طور مثال مقدار جمله ی $۳x - ۲$ به ازای $x = ۲$ برابرست با:

$$۳x - ۲ = ۳ \times ۲ - ۲ = ۶ - ۲ = ۴$$

مثال ۴: مقدار عددی جملات زیر را به ازای $x = -۱$ و $y = ۳$ را به دست آورید.

$$۱) -۳xy =$$

$$۲) xy - ۴x =$$

$$۳) ۳(x - y) =$$

$$۴) ۷x - ۱۲y =$$

$$۵) \frac{1}{۳}y - ۴x =$$

$$۶) \frac{1}{۵}x - \frac{1}{۱۵}y =$$

تمرین در منزل

۱- هر یک از عبارت های جبری زیر را به ساده ترین صورت ممکن، بنویسید.

$$۱) ۶(۲b - ۱۲) + ۲(۷b - ۱) =$$

$$۲) - ۱۰(۳x + ۴) - (۵x - ۳) =$$

$$۳) ۷x - ۶ + ۵(۳x - ۱۱) =$$

$$۴) - ۲(۳a - ۶b) + ۴(b + ۷) - ۱۲(۲a - ۱) =$$

$$۵) \frac{1}{۵}(۱۰x - ۱۵) - ۳\left(\frac{x}{۳} + ۱\right) - ۹ =$$

۲- مقدار عددی هریک از عبارت های زیر را به ازای مقادیر داده شده، به دست آورید.

$$۱) - ۲x + ۸ = (x = -۳)$$

$$۲) ۱۴x + ۷y - ۵ = (x = \frac{1}{۷}, y = -۳)$$

$$۳) - ۹(۵ - ۸a) - ۳(۲a + ۴) = (a = ۴)$$

معادله

به یک تساوی جبری که به ازای بعضی از عددها به تساوی عددی تبدیل می شود، معادله می گویند.

$$\text{مثال: } 3x = 6 \text{ و } 9n - 3 = 24$$

جواب های معادله همان عددهایی هستند که تساوی عددی را برقرار می کنند.

مراحل حل معادله

(۱) مجهول ها یک طرف-معلوم ها یک طرف

(۲) هر عبارت جبری و عددی که از یک طرف تساوی به طرف دیگر تساوی منتقل شود، علامتش تغییر می کند.

(۳) جمع و تفریق اعداد و جملات جبری متشابه

(۴) برای به دست آوردن مقدار مجهول، مقدار معلوم را بر ضریب مجهول تقسیم می کنیم.

$$-4x - 8 = 16$$

مثال ۵: معادلات زیر را حل کنید.

$$۱) 12x - 4 = 8$$

$$۲) -18y - 1 = -39$$

$$۳) 2x - 10 = -3x - 15$$

$$۴) 12x - 6 = 15x + 3$$

$$۵) -۲x + ۳x - ۴ = -۶x + ۱$$

$$۶) -۵x + ۸ = ۴x + ۱۷$$

$$۷) -۲(x + ۱) = -۳x + ۸$$

$$۸) ۴(-۲x + ۵) - ۳(x + ۸) = -۲x$$

$$۹) ۳(x - ۴) - ۲(۳x - ۷) = -x + ۱۸$$

$$۱۰) ۸(x - ۹) = ۸$$

$$۱۱) \frac{۳x - ۴}{۴} = \frac{-۵x + ۳}{۶}$$

$$۱۲) \frac{۷ - ۳x}{-۲} = \frac{۷x - ۳}{۵}$$

$$۱۳) \frac{-۹}{-۴x + ۳} = \frac{۵}{۲x + ۴}$$

$$۱۴) \frac{-۱۲x + ۹}{x - ۶} = ۱$$

$$۱۵) \frac{-۱۳x + ۷}{۵ - ۲x} = -۴$$

$$۱۶) \frac{-۲x + ۱}{۲} = \frac{-۳x + ۸}{۸}$$

حل مسئله به کمک معادله

-۱

-۲

-۳

اگر از سه برابر عددی ۲ واحد کم کنیم، حاصل برابرست با دو برابر همان عدد. آن عدد را بیابید.

مثال ۶: اگر از دو برابر عددی ۶ واحد کم کنیم، حاصل قرینه ی همان عدد می شود. آن عدد را بیابید.

مثال ۷: اگر از ۵ برابر عددی ۱۲ واحد کم کنیم، با دو برابر همان عدد برابرست، آن عدد را بیابید.

مثال ۸: مریم ۳۶۰۰۰ تومان پول داشت. ۶ دفتر خرید و فروشنده ۱۲۰۰۰ تومان به او برگرداند. قیمت هر دفتر چه قدر است؟

مثال ۹: اگر به سه برابر سن فردی، ۱۱ سال اضافه کنیم، سن ۳۷ سال بعد او به دست می آید. این فرد چند سال سن دارد؟

مثال ۱۰: مجموع سه عدد متوالی ۹۹ شده است. عدد کوچک تر را به دست آورید.

مثال ۱۱: مجموع ۵ عدد متوالی ۲۰۰ شده است. بزرگ ترین عدد را بیابید.

مثال ۱۲: مجموع سه عدد فرد متوالی ۱۱۷ شده است. این سه عدد را بیابید.

مثال ۱۳: اگر به دو برابر سن فردی، ۸ سال اضافه کنیم، سن ۱۹ سال بعد از او به دست می آید، این فرد چند سال دارد؟

تمرین در منزل

۱- حاصل جمع سه عدد فرد متوالی ۲۶۷ شده است. آن سه عدد را بیابید.

۲- حاصل جمع پنج عدد متوالی ۲۶۵ شده است. بزرگترین عدد را بیابید.

۳- طول مستطیلی ۲۰ و محیط آن ۷۰ سانتی متر است. عرض مستطیل چه قدر است؟

۴- علی و محمد روی هم رفته ۷۸ گل خریده‌اند. اگر تعداد گل‌های محمد ۵۰ تا بیشتر از علی باشد، هر کدام چند گل خریده‌اند؟

۲- مقادیر x را به دست آورید.

$$\frac{x-2}{5} = \frac{x+2}{4}$$

$$\frac{x-3}{4} = \frac{x-5}{3}$$

$$2x - 4 = 6x - 7 + 3$$

$$-(5-x) + 4x = 5(2x+3)$$

$$3(x-2) = 5(x-4)$$

توان

هرگاه عددی چندبار در خودش ضرب شود می توانیم آن را به صورت یک عدد توان دار بنویسیم. برای این کار عدد را نوشته و تعداد دفعاتی که عدد در خودش ضرب شده است را در بالای سمت راست عدد می نویسیم.

به طور مثال برای ساده تر نوشتن عبارت $2 \times 2 \times 2$ ، آن را به صورت 2^3 می نویسند و آن را ۲ به توان ۳ می خوانند. در عبارت 2^3 ، ۲ را پایه و ۳ را توان می نامند.

مثال ۱: هر ضرب را به صورت عدد توان دار بنویسید.

$$۱) 3 \times 3 \times 3 =$$

$$۲) \left(\frac{-1}{y}\right) \times \left(\frac{-1}{y}\right) \times \left(\frac{-1}{y}\right) \times \left(\frac{-1}{y}\right) \times \left(\frac{-1}{y}\right) =$$

$$۳) (-۵) \times (-۵) =$$

$$۴) \frac{۲}{۳} \times \frac{۲}{۳} \times \frac{۲}{۳} =$$

نکته ۱: هر عددی که توان ندارد، توانش یک است و هر عددی که به توان یک برسد، خودش می شود.

$$(-۷)^1 = -۷$$

نکته ۲: هر عددی به جز صفر، به توان صفر برسد، حاصل یک می شود.

$$(-۱۶۷۸)^0 = ۱$$

نکته ۳: عدد یک به توان هر عددی برسد، یک می شود.

$$(۱)^{۱۳۹۸} = ۱$$

نکته ۴: صفر به توان هر عدد طبیعی برسد، صفر می شود.

$$۰^{۵۴۳۸} = ۰$$

نکته ۵: هنگامی که یک کسر را به توان می رسانیم، باید حتما آن را داخل پرانتز بنویسیم، زیرا هم صورت و هم مخرج باید به توان مورد نظر برسد.

$$\left(\frac{۳}{۲}\right)^2 = \frac{۳^2}{۲^2} = \frac{۹}{۴}$$

$$\frac{۳^2}{۲} = \frac{۹}{۲}$$

نکته ۶: اگر صورت و مخرج کسری، توان مساوی داشتند، می توانیم توان آن ها را بیرون پرانتز بنویسیم.

$$۱) \frac{۲^۴}{۵^۴} = \left(\frac{۲}{۵}\right)^4$$

$$۲) \frac{۷^۳}{۱۰^۳} =$$

$$۳) \frac{۱۸^{۱۵}}{۷^{۱۵}} =$$

به نام پروردگار جهانیان

نکته ۷: اگر عددی منفی داخل پرانتز باشد و به توان عددی برسد، برای محاسبه هر بار علامت منفی را کنار عدد می نویسیم.

$$۱) (-۳)^۴ =$$

$$۲) (۱۲)^۲ =$$

$$۳) (-۴)^۳ =$$

نتیجه گیری: در این حالت اگر توان زوج باشد، علامت منفی از بین می رود، اما اگر توان فرد باشد، توان منفی تغییر نمی کند.

نکته ۸: اگر عدد منفی داخل پرانتز نباشد، برای محاسبه ی عدد، علامت منفی را فقط یک بار می نویسیم.

$$۱) -۳^۴ =$$

$$۲) -۵^۳ =$$

$$۳) -۹^۲ =$$

نکته ۹: مجذور هر عدد یعنی آن عدد را به توان ۲ برسانیم به طور مثال مجذور عدد ۷- برابرست با:

$$(-۷)^۲ = ۴۹$$

مثال ۲: مجذور اعداد ۳-، ۴، ۵-، ۶ را به دست آورید.

نکته ۱۰: مکعب هر عدد یعنی آن عدد را به توان ۳ برسانیم. به طور مثال مکعب عدد ۲ برابرست با:

$$۲^۳ = ۸$$

مثال ۳: مکعب اعداد، ۳-، ۴، ۶-، ۵/ را به دست آورید.

محاسبه ی عبارت های توان دار

برای محاسبه ی عبارت هایی که در آن ها اعداد توان دار وجود دارد، ابتدا مقدار عدد توان دار را محاسبه می کنیم و سپس حاصل عبارت را بر اساس اولویت های ریاضی به دست می آوریم.

اولویت: ۱- پرانتز ۲- توان ۳- ضرب و تقسیم ۴- جمع و تفریق

مثال ۴: حاصل هر عبارت را محاسبه کنید.

$$۱) ۴^۲ - ۳^۲ + ۵^۲ \times ۳ =$$

$$۲) ۶^۲ \div ۳^۲ - ۴ \times ۵ =$$

$$۳) (-۳)^۲ \times ۴^۰ - ۲^۳ \times ۵ =$$

$$۴) \frac{۲^۴ + ۳ \times ۵^۰}{۸^۰ - ۲ \times ۳^۰} =$$

$$۵) ۱۰^۳ - ۴ \times ۱۰^۲ =$$

$$۶) ۵^۲ + ۴^۲ - ۳^۲ =$$

$$۷) (-۶)^۲ + ۴^۲ - (۳/۸)^۰ =$$

$$۸) \frac{۱^۷ + ۲^۶ + ۳^۲}{(۶ + ۸)^۰} =$$

کار در منزل

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$(۳^۲ - ۲^۳)^۲ + ۵^۰ =$$

$$۵^۲ + ۵^۲ - ۷^۲ =$$

$$۱۰^۰ - ۱۰^۱ + ۱۰^۲ + ۱۱^۰ =$$

$$(۷ - ۲)^۳ - (۵ - ۳)^۳ =$$

$$(7^2 - 3^2) + (-9)^0 =$$

$$\frac{(2^4)^0 \times (7^0 - 5^2 + 3^2)^1}{2^4 \times 6 \div 3} =$$

۲- حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$1^0 + 1^2 + 1^3 + \dots + 1^{100} =$$

۳- مجذور، مکعب عدد $\frac{-1}{3}$ را بیابید.

۴- اختلاف مجذور و مکعب عدد $\frac{5}{7}$ را به دست آورید.

ضرب اعداد توان دار

حالت ۱: اگر پایه ها مساوی باشند، یک پایه را نوشته و توان ها را با هم جمع می کنیم.

$$۱) 2^5 \times 2^6 =$$

$$۲) 7^{12} \times 7^{20} =$$

$$۳) \left(\frac{3}{4}\right)^5 \times (0.75)^2 =$$

$$۴) \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \times (0.5)^{13} =$$

$$۵) x^9 \times x^{12} \times x^{-4} =$$

$$۶) a^3 \times a^{30} \times a^{-15} =$$

حالت ۲: اگر توان ها مساوی باشد، یکی از توان ها را نوشته و پایه ها را در هم ضرب می کنیم.

$$۱) 2^3 \times 5^3 =$$

$$۲) ۸^۴ \times ۹^۴ =$$

$$۳) \left(\frac{۵}{۸}\right)^{۱۱} \times \left(\frac{۲۴}{۲۵}\right)^{۱۱} =$$

$$۴) x^۹ \times y^۹ =$$

$$۵) ۷^{۱۰} \times ۳^{۱۰} =$$

مثال ۱: حاصل عبارت های زیر را به صورت عددی توان دار بنویسید.

$$۱) \frac{۲^۴}{۳^۴} \times \left(\frac{۱۵}{۸}\right)^۴ =$$

$$۲) (-۶)^{۱۰} \times ۶^۵ \times ۵^{۱۵} \times ۳ \cdot ۳ =$$

$$۳) ۳^۵ + ۳^۵ + ۳^۵ =$$

$$۴) ۷^۶ + ۷^۶ + ۷^۶ + ۷^۶ + ۷^۶ + ۷^۶ + ۷^۶ =$$

$$۵) ۵^۹ \times ۵^۹ \times ۵^۹ \times \left(\frac{۱}{۵}\right)^{۲۷} =$$

$$۶) (-۸)^۹ \times ۱۶^۵ \times (-۲)^۹ =$$

نکته ۱: اگر درون پرانتز یک عدد توان دار داشته باشیم و خود پرانتز نیز به توان رسیده باشد، توان بیرون پرانتز در توان داخل پرانتز ضرب می شود.

$$۱) (۲^۴)^۳ =$$

$$۲) (a^b)^c =$$

$$۳) (۵^۳)^۲ =$$

$$۴) ((-۳)^۳)^۸ =$$

مثال ۲: ۲۵ برابر عدد $۱۲۵^۴$ را به صورت عدد توان دار بنویسید.

مثال ۳: اگر $۵^x = ۳$ باشد، حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$۵^{۲x} =$$

$$۵^{۳x} =$$

$$5^{4x} =$$

$$5^{x+1} =$$

$$5^{x+2} =$$

$$5^{x+3} =$$

کاردمنزل

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به صورت عددی تواندار بنویسید.

$$۱) ۲^۷ \times ۷^{۱۳} \times ۲^۶ \times ۱۴^۸ =$$

$$۲) \left(\frac{۳}{۴}\right)^۶ \times \left(\frac{۲}{۵}\right)^۶ \times \left(\frac{۳}{۱۰}\right)^{۱۰} =$$

$$۳) (۲.۵)^۸ \times ۳^۷ \times ۳^۱ \times ۴^۸ =$$

$$۴) (ab)^{۱۰} \times (ab) \times (ab)^۹ =$$

$$۵) (۱.۵)^۶ \times ۹^۷ \times ۶^۶ =$$

$$۶) \left(۱\frac{۱}{۲}\right)^۷ \times \left(\frac{۳}{۲}\right)^۸ \times \left(\frac{۱۰}{۳}\right)^{۱۵} =$$

$$۷) a^۳ \times a^۳ \times a^۶ =$$

$$۸) (-۳)^۴ \times ۵^{۱۲} \times (-۳)^۸ \times ۱۵^۷ =$$

$$۹) ۱۲^۸ \times ۱۵^۸ \times ۱۸۰ \times (۰.۱)^۹ =$$

۲- اگر $۳^۷ = ۲۷$ انگاه حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$۲^{x+2} =$$

$$۲^{x+1} =$$

$$۲^{3x} =$$

۳- ۴۹ برابر عدد $۷^۶$ را به صورت عددی تواندار بنویسید.